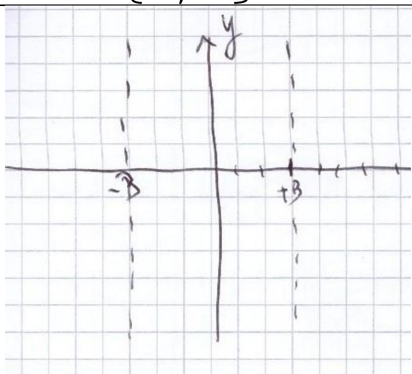
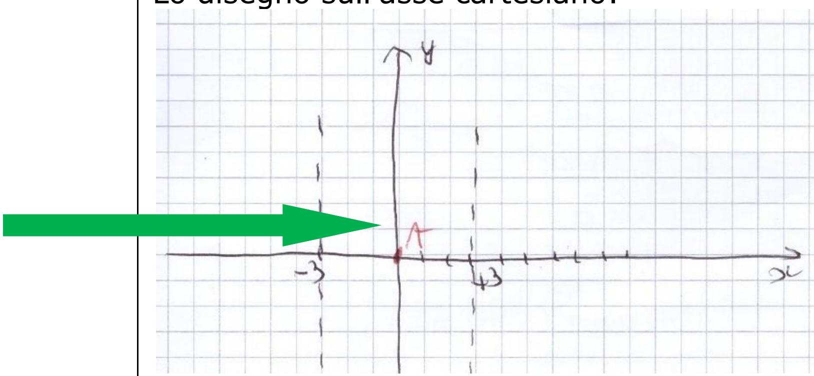
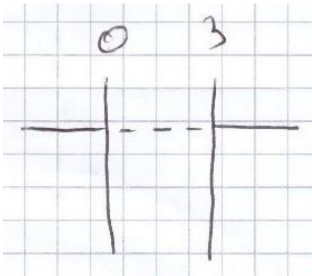
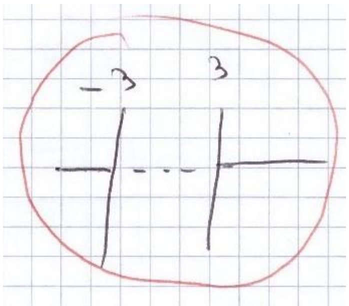
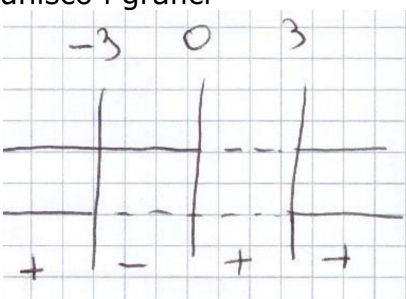
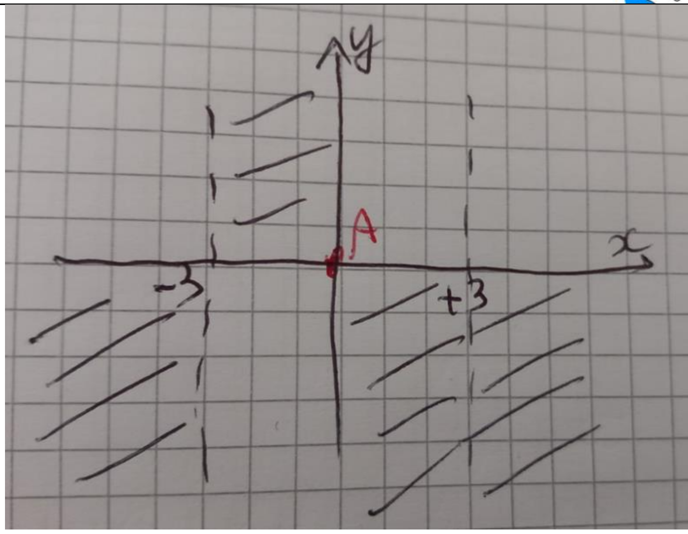
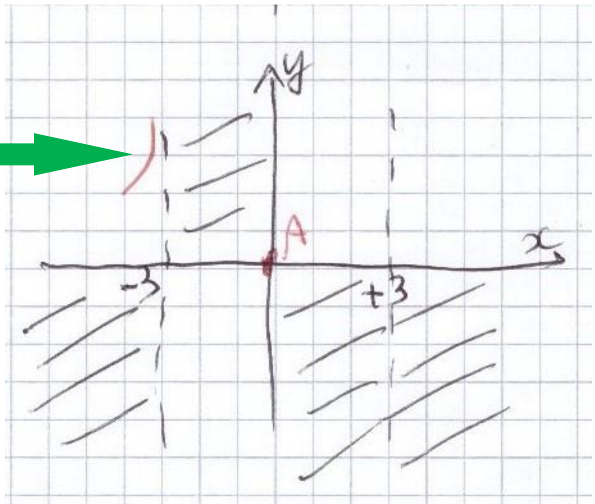
Asintoti verticali - Esercizi

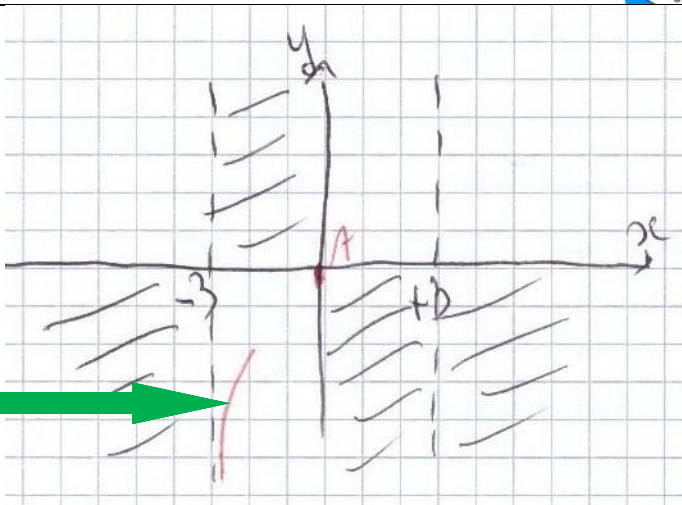
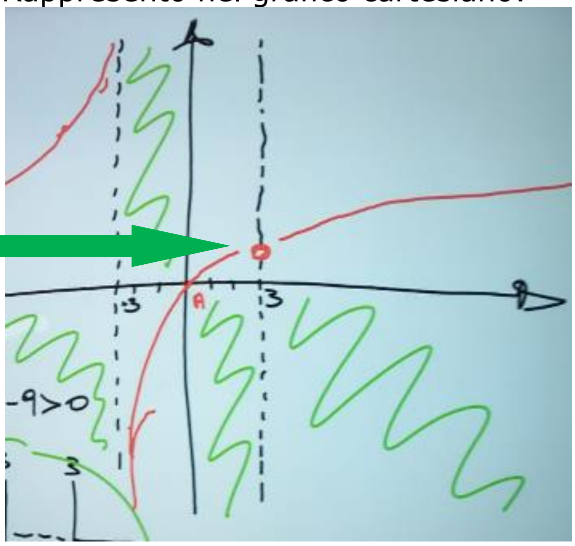
Esercizio 1 – asintoti verticali

$$y = \frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$$

Vedo se la funzione è pari o dispari	Al numeratore ci sono esponenti pari e dispari, quindi non è né pari né dispari. Il denominatore è pari. Quindi la funzione non è né pari né dispari
Trovo il dominio	Pongo il denominatore diverso da zero $x - 9 \neq 0$ $x \neq 9$ $x \neq \pm 3$ D = R - $\{$-3;+3$\}$
Faccio il disegno, escludo i punti -3 e +3	
Intersezione con asse y	$\begin{cases} X = 0 \\ y = \dfrac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} \end{cases}$ $\begin{cases} X = 0 \\ y = \dfrac{0 - 0}{0 - 9} \end{cases}$ $\begin{cases} X = 0 \\ y = \dfrac{0}{9} \end{cases}$ Ho il punto A(0,0) Lo disegno sull'asse cartesiano: 
Intersezioni con asse x	$\begin{cases} Y = 0 \\ \dfrac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} = 0 \end{cases}$

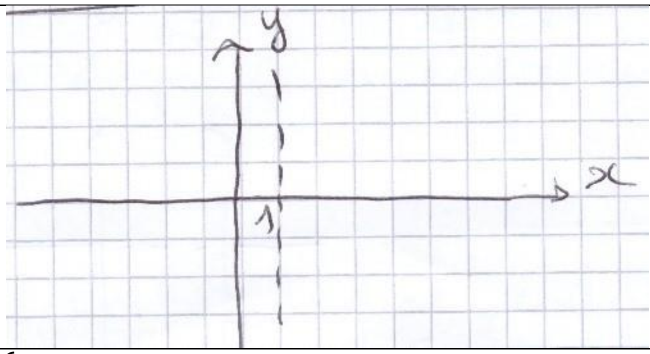
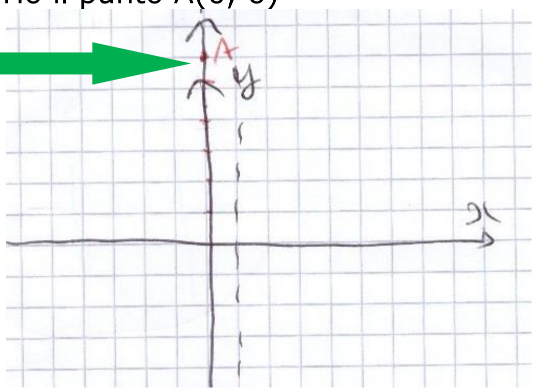
	$\begin{cases} Y = 0 \\ x^2 - 3 = 0 \end{cases}$ Metto in evidenza la x $\begin{cases} Y = 0 \\ x^2 - 3x = x(x-3) = \end{cases}$ $\begin{cases} y = 0 \\ X = 3 \end{cases}$ Ho il punto B(3,0) Non si può accettare. B non appartiene al dominio $B \notin D$
Studio del segno	Pongo la funzione maggiore di 0 $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9} > 0$ Pongo il numeratore maggiore di 0 $x^2 - 3x > 0$ Faccio direttamente il grafico perché l'ho già risolto.  Pongo il denominatore maggiore di 0 $x^2 - 9$ Faccio direttamente il grafico perché l'ho già risolto e lo conservo cerchiandolo di rosso.  unisco i grafici  Cancello nel grafico cartesiano

	
Ricerca degli asintoti verticali nei punti che non appartengono al dominio Per scrivere un + o un – dopo lo zero, vedo nel cerchio rosso NB: se il limite è $+\infty$, vuol dire che l'asintoto verticale esiste. E quindi scrivo $x = -3\ A.V.sx$	Siccome non c'è simmetria, devo fare prima con -3 e poi con +3 Studio il limite con -3. $\lim_{x\to -3} \frac{x^2-3x}{x^2-9} = \lim_{x\to -3} \frac{(-3)^2-3(-3)}{(-3)^2-9} = \frac{9+9}{9-9} = \frac{18}{0}$ C'è fratto zero quindi cerco il limite da destra e il limite da sinistra $\lim_{x\to -3} \frac{x^2-3x}{x^2-9} = \frac{18}{0} \longrightarrow sx \frac{18}{0^+} = +\infty \quad x = -3\ A.V.sx$ $\searrow dx \frac{18}{0^+} = +\infty \quad x = -3\ A.V.dx$
Disegno gli asintoti.	Disegno l'asintoto verticale sinistro: si avvicina alla retta.  Disegno l'asintoto verticale destro. Parto dalla retta e mi allontano.

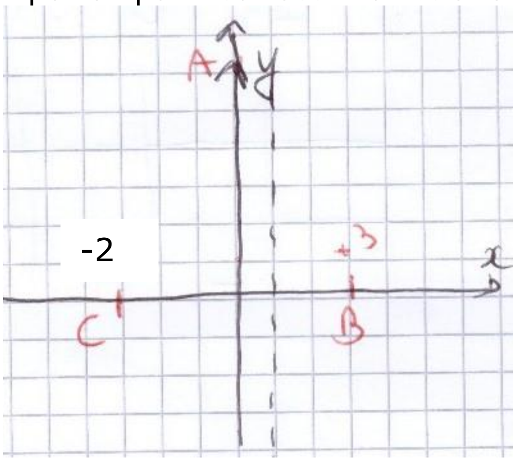
	
	Ora cerco l’asintoto con +3 $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-3x}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{(3)^2-3(3)}{(3)^2-9}=\dfrac{9-9}{9-9}=\dfrac{0}{0}$ C’è zero fratto zero. Come si risolve? Al numeratore, metto in evidenza. $\lim\limits_{x\to 3}\frac{x^2-3x}{x^2-9}=\lim\limits_{x\to -3}\frac{x\cancel{(x-3)}}{\cancel{(x-3)}(x+3)}=\lim\limits_{x\to -3}\frac{x)}{x+3}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ L’asintoto verticale non esiste ma so che l’ordinata passerà per il punto $\frac{1}{2}$ $\nexists A.V.$
	Rappresento nel grafico cartesiano: 

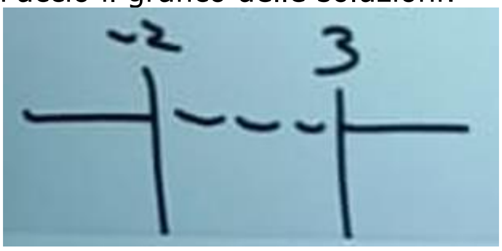
Esercizio 2

$$y = \frac{x^2 - x - 6}{x^3 - 1}$$

Vedo se la funzione è pari o dispari	Al numeratore ci sono esponenti pari e dispari, quindi non è né pari né dispari. Il denominatore è non è né pari né dispari. Quindi la funzione non è né pari né dispari
Trovo il dominio	Pongo il denominatore diverso da zero. È una funzione binomia. Porto tutti i termini senza la x al primo membro e senza la x al secondo membro. Ci sarà una sola soluzione. $x^3 - 1 \neq 0$ $x^3 = 1$ X = 1 D = R - $\{1\}$
Faccio il disegno, escludo il punto 1	
Intersezioni con asse y	$\begin{cases} x = 0 \\ y = \frac{x^2 - x - 6}{x^3 - 1} \end{cases}$ $\begin{cases} X = 0 \\ y = 6 \end{cases}$ Ho il punto A(0, 6) 
Intersezione con asse x	$\begin{cases} y = 0 \\ y = \frac{x^2 - x - 6}{x^3 - 1} \end{cases}$ $\begin{cases} y=0 \\ x^2 - x - 6 = 0 \end{cases}$ $x^2 - x - 6 = 0$ $\Delta = 1 - 4[4.(-6)] = 1+24=25$

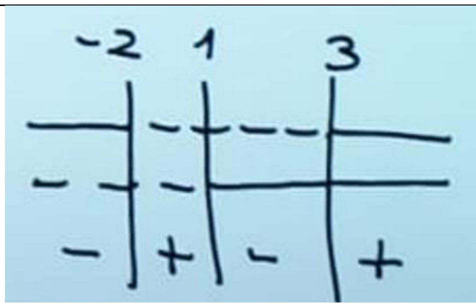
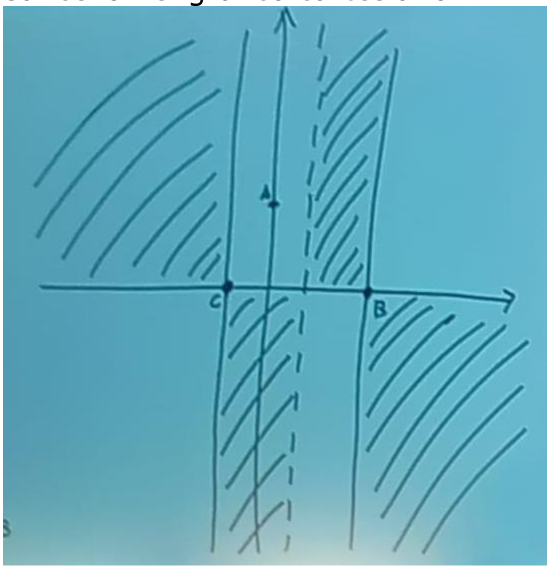
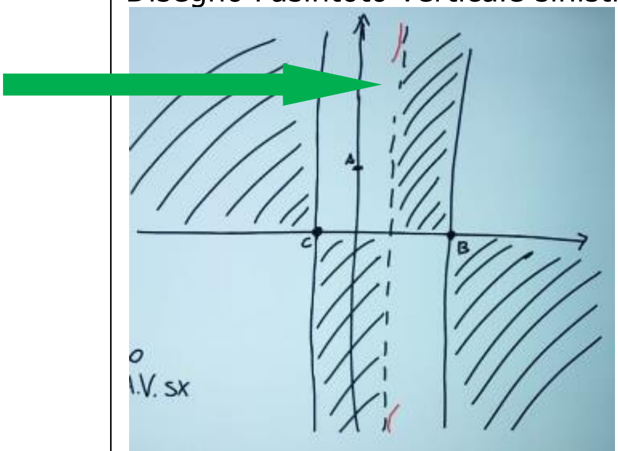
<table>
<tr>
<td></td>
<td>
$x = \frac{1 \pm 5}{2}$ $x = 3$ $B(3,0)$
$x = -2$ $C(-2,0)$

Riporto i punti sull’asse cartesiano:


</td>
</tr>
<tr>
<td>Studio del segno</td>
<td>
Pongo la funzione maggiore di 0
$\frac{x^2 - x - 6}{x^3 - 1} > 0$
Pongo il numeratore maggiore di 0
$x^2 - x - 6 > 0$
$x^2 - x - 6 = 0$
L’ho già risolta:
$x = 3 \quad x = -2$
Faccio il grafico delle soluzioni:


Pongo il denominatore maggiore di 0
$x^3 - 1 > 0$
Faccio direttamente il grafico perché l’ho già risolto e lo conservo cerchiandolo.


unisco i grafici
</td>
</tr>
</table>

	 Cancello nel grafico cartesiano 
Ricerca degli asintoti verticali nei punti che non appartengono al dominio Per capire se mettere il + o il – dopo lo zero, vedo nel grafico delle soluzioni che ho cerchiato.	Ricerco gli asintoti nel punto 1 che non appartiene al dominio $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x-6}{x^3-1} = \lim_{x\to 1}\frac{1-1-6}{1-1} = -\frac{6}{0}$ C'è fratto zero quindi cerco limite da destra e da sinistra $\lim_{x\to -3}\frac{x^2-x-6}{x^3-1} = \frac{6}{0}$ $sx -\frac{6}{0^-} = +\infty \quad x = 1\ A.V.sx$ $dx -\frac{6}{0^+} = -\infty \quad x = 1\ A.V.dx$
Disegno gli asintoti	Disegno l'asintoto verticale sinistro. 

	Disegno l’asintoto verticale destro. Parto dalla retta e mi allontano.