Funzione pari

Definizione

f:D →R (si legge: abbiamo la funzione f definita nel suo dominio che è R).

Si dice che f è pari se

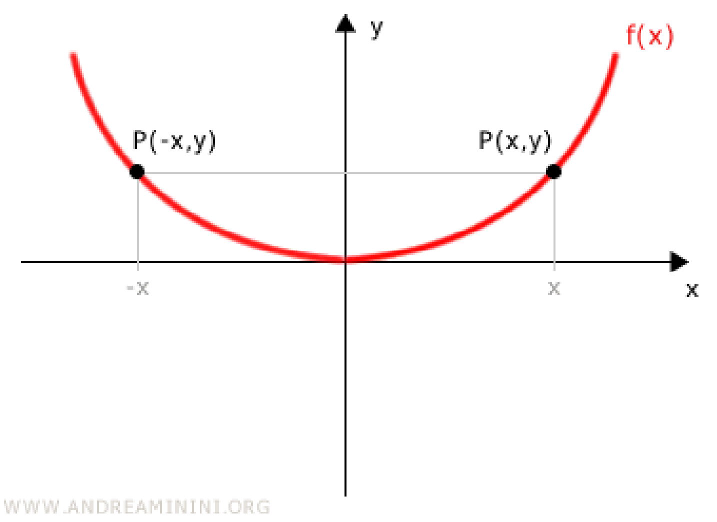
$$\forall x \in D, -x \in D \implies f(-x) = f(x)$$

Si legge: Per ogni x appartenente al dominio con –x che appartiene al dominio, la funzione calcolata in meno x deve essere uguale alla funzione in x.

Osserva:

Prendo x e calcolo la sua immagine y. Prendo –x e considero la sua immagine y. Noto che i due valori dell'immagine y sono uguali.

La conseguenza che una funzione è pari è che la **funzione è simmetrica rispetto all'asse delle y**.



Quando calcolo le immagini di x e di -x, verifico che le immagini f(-x) = f(x) sono perfettamente uguali.

È importante saper che una funzione è pari perché tutto ciò che è a destra della funzione sarà anche a sinistra. Quindi faremo i calcoli una volta soltanto.

Esempio guidato con procedura

$y = x^4 + x^2 + 1$

1) Ho l’equazione y = …

$f(x) = x^4 + x^2 + 1$

2) Scrivo f(x) = …

$f(-x) = (-x)^4 + (-x)^2 + 1 = x^4 + x^2 + 1$

5) Calcolo f(-x) per vedere se la funzione è pari

4) Sostituisco le x con -x

3) Risolvo. Il risultato che ho ottenuto è uguale a f(x)? Se sì, la funzione è pari. Se no, la funzione non è pari.

$f(-x) = f(x) \Longrightarrow$ f è una funzione PARI.

6) Scrivo se la funzione è pari o non è pari.

Esercizio 1. Verificare se la funzione è pari.

$y = x^2 - 3x^6 + 6$

$f(x) = x^2 - 3x^6 + 6$

$f(-x) = (-x)^2 - 3(-x)^6 + 5 = x2 - 3(xalla\ t + 5$

$f(-x) = f(x) \Longrightarrow$ f è una funzione PARI.

Esercizio 2. Verificare se la funzione è pari.

$y = x^3 + x^2$

$f(x) = x^3 + x^2$

$f(-x) = (-x)^3 + (-x)^2 = -x^3 + x^2$

$f(-x) \neq f(x) \Longrightarrow$ f non è una funzione PARI.

Quando elevi al cubo un numero negativo, rimane negativo.

Esercizio 3. Verificare se la funzione è pari.

$y = x^7 + 10x^3 + 8$

$f(x) = x^7 + 10x^3 + 8$

$f(-x) = (-x)^7 + 10(-x)^3 + 8 = (-x)^2 = -x^7 - 10x^3 + 8$

$f(-x) \neq f(x) \Longrightarrow$ la funzione non è PARI.

NB: Segno della potenza: Con x^7, mi chiedo + per – 7 volte. **Se moltiplico per un numero dispari il segno della potenza diventa sempre meno**.

Regola veloce:

Senza fare i calcoli, come posso capire se la funzione è pari ?

Una funzione intera è pari se gli esponenti delle x sono pari. Ci possono essere nella funzione intera anche termini noti (cioè numeri senza la x).

Funzione dispari

Definizione

F:D →R

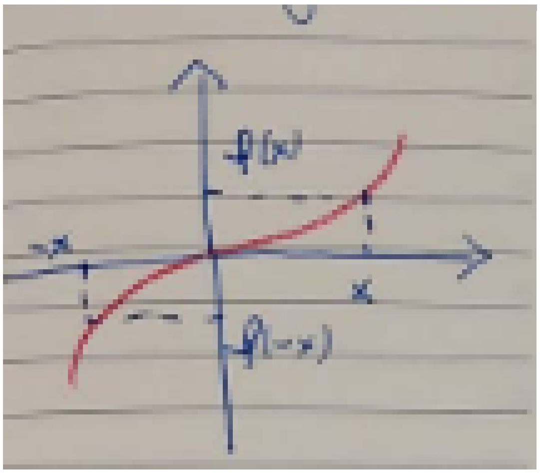
Si dice che f è dispari se

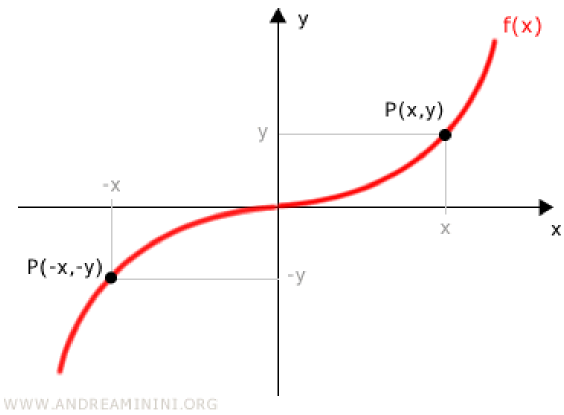
$$\forall x \in D, -x \in D \implies f(-x) = -f(x)$$

Osserva:

Prendo x e calcolo la sua immagine y. Prendo −x e considero la sua immagine y. Noto che i due valori di y sono opposti. Uno è positivo e uno è negativo.

La conseguenza è che una funzione dispari è simmetrica rispetto all’origine degli assi cartesiani.





Esempio guidato con procedura

$y = x^3 + x^5$

1) Ho l’equazione y = …

$f(x) = x^3 + x^5$

2) Scrivo f(x) = …

$f(-x) = (-x)^3 + (-x)^5 = -x^3 - x^5 = -(x^3 + x^5) = -f(x)$

3) calcolo f(-x)

4) sostituisco x con -x

5) Risolvo e vedo se la funzione è pari cioè = f(x)

6) Per vedere se la funzione è dispari, metto in evidenza il MENO.

7) Il risultato ottenuto è uguale a −f(x)? Se sì, la funzione è dispari; se no, la funzione non è dispari.

$f(-x) = -f(x) \implies$ f è una funzione DISPARI.

Esercizio 1

$y = x^{11} - 3x^{13} - 15x^7$

$f(x) = x^{11} - 3x^{13} - 15x^7$

$f(-x) = (-x)^{11} - 3(-x)^{13} - 15(-x)^7 = -x^{11} + 3x^{13} + 15x^7 = -(+x^{11} - 3x^{13} - 15x^7)$

$f(-x) \neq -f(x) \Longrightarrow$ la funzione non è PARI.

Per vedere se è dispari, si mette MENO in evidenza.

$f(-x) = -f(x) \Longrightarrow$ f è una funzione DISPARI.

Metodo veloce: se tutti gli esponenti sono dispari, la funzione è dispari.

$y = x^3 + x^5 + 5x^7$

$f(x) = x^3 + x^5 + 5x^7$

$f(-x) = (-x)^3 + (-x)^5 + 5(-x)^7 = -x^3 - x^5 - 5x^7 = -\ (x^3 + x^5 + 5x^7)$

$f(-x) \neq -f(x) \Longrightarrow$ la funzione non è PARI.

Per vedere se è dispari, si mette MENO in evidenza.

$f(-x) = -\ (x^3 + x^5 + 5x^7)$

$f(-x) = -f(x) \Longrightarrow$ f è una funzione DISPARI.

$y = x^3 - x^5 + 5$

$f(x) = x^3 - x^5 + 5$

$f(-x) = (-x)^3 - (-x)^5 + 5 = -x^3 - x^5 + 5 = -(+x^3 + 5x^5 - 5)$

$f(-x) \neq -f(x) \Longrightarrow$ la funzione non è PARI.

Per vedere se è dispari, si mette MENO in evidenza.

$f(-x) \neq -f(x) \Longrightarrow$ f non è una funzione DISPARI.

Regola veloce:

Senza fare i calcoli, come posso capire se la funzione è dispari ?

Una funzione intera è dispari se gli **esponenti delle x sono numeri dispari e non ci sono termini noti** (cioè numeri senza la x).

Funzioni fratte pari o dispari

y= $\frac{f(x)}{g(x)}$

se una delle due non è né pari né dispari, la funzione non sarà né pari né dispari.

Se f è pari e g è pari:

suppongo che:

f pari

g pari

se f è pari f(-x)= f(x)

se g è pari g(-x) = g(x)

cosa devo far vedere? Devo calcolare f(-x) fratto g(-x)

$$\frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{f(x)}{g(x)}$$

Se il numeratore è pari, e il denominatore è anche pari, tutta la funzione fratta è pari.

Se f è dispari e g è dispari:

per definizione:

f dispari f(-x) = -f(x)

g dispari g(-x) = -g(x)

calcolo sostituendo al numeratore e al denominatore

$\frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{-f(x)}{-g(x)} = +\frac{f(x)}{g(x)}$ (meno per meno fa più)

Se il numeratore è dispari e anche il denominatore è dispari, la funzione fratta è pari.

Se f è pari e g è dispari:

f dispari f(-x)= f(x)

g dispari g(-x) = -g(x)

calcolo sostituendo al numeratore e al denominatore:

$\frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{f(x)}{-g(x)} = -\frac{f(x)}{g(x)}$ (abbiamo due segni diversi, + per – fa meno)

Se il numeratore è pari e il denominatore è dispari, tutta la funzione fratta è dispari.

Se f è dispari e g è pari:

f dispari f(-x)= -f(x)

g dispari g(-x) = g(x)

calcolo sostituendo al numeratore e al denominatore:

$\frac{f(-x)}{g(-x)} = \frac{-f(x)}{g(x)} = -\frac{f(x)}{g(x)}$ (abbiamo due segni diversi, + per – fa meno)

Se il numeratore è dispari e il denominatore è pari, tutta la funzione fratta è dispari.

Con la regola veloce per le fratte:

1) il numeratore è pari, scrivo un simbolo "più" piccolino.

$y = \frac{x^2+4}{x^3+x^5}$ +
-

- Tutta la funzione è dispari.

2) il denominatore è dispari, scrivo un simbolo "meno" piccolino
3) Vedo il segno di tutta la funzione. + per – fa -. Tutta la funzione è dispari.

Esercizio 1:

Dire se la funzione è pari o dispari:

$y = \frac{x^3-x^5}{x^7-3x^{11}}$ - (numeratore dispari)
- (denominatore dispari)

+ (la funz. è pari)

Con il metodo veloce:

- Il numeratore è dispari.
- Il denominatore è dispari.
- La Funzione sarà pari

Attraverso i calcoli:

$$f(x) = \frac{x^3 - x^5}{x^7 - 3x^{11}}$$

$$f(-x) = \frac{(-x)^3-(-x)^5}{(-x)^7-3(-x)^{11}} = \frac{-x^3+x^5}{-x^7+3x^{11}} = -\frac{(-x^3+x^5))}{(-x^7+3x^{11})} = \frac{x^3-x^5}{x^7-3x^{11}}$$

Scrivo f(-x) =	Sostituisco x con -x	Risolvo e vedo se: - Il numeratore è = alla funzione di partenza? no - E il denominatore? no	Metto in evidenza il MENO davanti a quello diverso dalla funzione di partenza	Il risultato ottenuto è: a)uguale a f(x)? Se sì, la funzione è pari. b)uguale a −f(x)? Se sì, la funzione è dispari.

F(-x) = f(x) quindi f è pari

La funzione sotto radice quadrata pari o dispari

La funzione sotto radice quadrata può essere solo pari. Non potrà mai essere dispari.

$$y = \sqrt[n]{f(x)}$$

Per la radice quadrata pari

Se n è pari, la funzione può essere solo pari.

La funzione è pari se f(x) che sta sotto radice è pari.

Esempio:

$\sqrt{x^2 + 4x^4}$ pari

$\sqrt{x^3 + 5}$ Né pari né dispari

Per la radice quadrata dispari

Se n è dispari, la funzione può essere pari, dispari, oppure né pari né dispari.

- **Se la funzione sotto radice è pari, allora la nostra funzione è pari.**
- **Se la funzione sotto radice è dispari, allora la nostra funzione è dispari.**
- **Se la funzione sotto radice non è né pari né dispari, allora la nostra funzione non è né pari né dispari.**