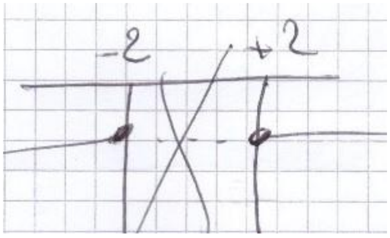
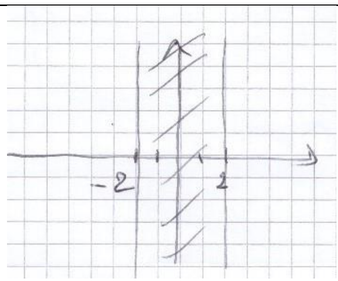
INTERSEZIONI CON GLI ASSI CARTESIANI DELLE FUNZIONI IRRAZIONALI

Esercizio 1 – Funzione irrazionale intera con indice pari

$$y = \sqrt{x^2 - 4}$$

Procedura	Esercizio
1) Che tipo di funzione è?	Funzione algebrica irrazionale intera di indice pari
2) Il **dominio** qual è? Pongo il denominatore diverso da zero. Risolvo la disequazione. **Le intersezioni con l'asse delle x sono le parentesi chiuse della soluzione.**	$x^2 - 4 \geq 0$ Trovo l'equazione associata $x^2 - 4 = 0$ $x^2 = 4$ $x = \pm 2$ D= $]-\infty; -2] U [2; +\infty[$ Faccio il grafico. Quando il dominio è maggiore di zero so che i valori sono esterni.  Quando è che tiro le linee continue? Quando prendo le intersezioni con l'asse delle x. Quindi -2 e +2 sono le intersezioni con l'asse delle x
3) Faccio il **grafico parziale**.	
4) Cerco le eventuali **intersezioni con l'asse delle y**	**Le soluzioni non esistono perché c è negativo. Non serve cercare le intersezioni con l'asse delle y.**

	Spieghiamo perché: $\begin{cases} y = \sqrt{x^2-4} \\ x = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = \sqrt{-4} \\ x = 0 \end{cases}$ è un'equazione impossibile
5) Cerco le eventuali **intersezioni con l'asse delle x**	Spieghiamo perché: $\begin{cases} y = \sqrt{x^2-4} \\ y = 0 \end{cases}$ Sostituisco il valore di y nella prima equazione: $\begin{cases} y = \sqrt{x^2-4} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ **Per togliere la radice, eleviamo a potenza il primo e il secondo membro**. $\begin{cases} y = (\cancel{\sqrt{}}x^2-4)^{\cancel{2}} = (0)^2 \\ y = 0 \end{cases}$ Ottengo: $\begin{cases} y = x^2-4 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 2 \\ y = 0 \end{cases}$ Ho trovato le stesse soluzioni del dominio che ho già risolto.

Per le funzioni irrazionali di indice pari, si possono evitare le intersezioni con l'asse delle x, perché sono state già trovate con il calcolo del dominio.

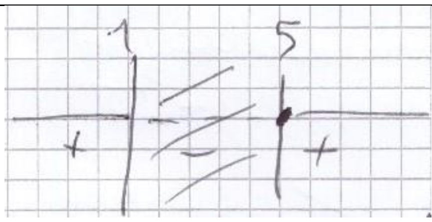
Esercizio 2 – funzione irrazionale intera con indice dispari

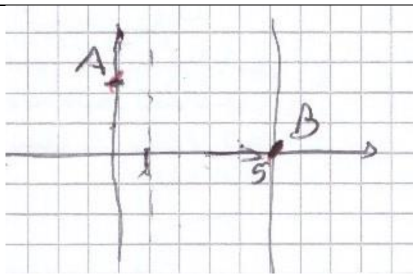
$$y = \sqrt[3]{x-5}$$

Procedura	Esercizio
1) Che tipo di funzione è?	Funzione algebrica irrazionale intera di indice dispari
2) Cerco le eventuali **intersezioni con l'asse delle x**	Spieghiamo perché: $\begin{cases} y = \sqrt[3]{x-5} \\ y = 0 \end{cases}$ Sostituisco il valore di y nella prima equazione: $\begin{cases} y = \sqrt[3]{x-5} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ **Per togliere la radice, eleviamo a potenza il primo e il secondo membro.** $\begin{cases} y = (\sqrt[3]{x-5})^3 = (0)^3 \\ y = 0 \end{cases}$ Ottengo: $\begin{cases} x - 5 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases}$ Ho trovato il punto A(5;0)

Esercizio 3 – Funzione irrazionale fratta con indice pari

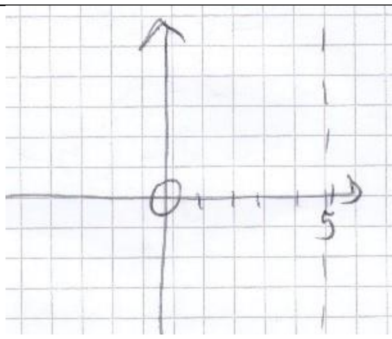
$$y = \sqrt{\frac{x-5}{x-1}}$$

Procedura	Esercizio
1) Che tipo di funzione è?	Funzione algebrica irrazionale di indice pari
2) Il **dominio** qual è? Quando l'indice è pari, pongo tutta la frazione maggiore o uguale di zero. $f(x) \geq 0$	$\frac{x-5}{x-1} \geq 0$
Per risolvere questa disequazione fratta, pongo il numeratore maggiore di zero e il denominatore maggiore o uguale a zero.	$x - 5 \geq 0$ $x - 1 > 0$
4) Faccio il **grafico parziale**.	
5) Leggo il grafico. Dov'è la funzione? La funzione c'è dove ci sono i +. Scrivo il dominio.	$D =]-\infty; 1[U[5; +\infty[$
6) Cerco le eventuali **intersezioni con l'asse delle y**	Pongo a sistema $\begin{cases} y = \sqrt{\frac{x-5}{x-1}} \\ x = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = \sqrt{5} \\ x = 0 \end{cases}$

7) Scrivo i punti: l'equazione passa per…	A(0; $\sqrt{5}$) radice di 5 = 2 virgola qualcosa
8) Faccio il grafico parziale	
9) Cerco le eventuali **intersezioni con l'asse delle x**	Non si calcola perché è la soluzione del dominio che ho già trovato. Ho il punto B(5;0)

Esercizio 4 – funzione irrazionale fratta con indice dispari

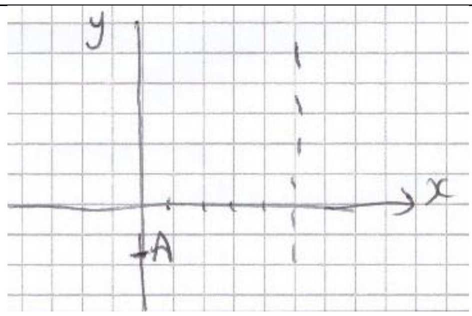
$$y = \sqrt[3]{\frac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}}$$

Procedura	Esercizio
10) Che tipo di funzione è?	Funzione algebrica irrazionale di indice dispari
2) Il **dominio** qual è? Quando l'indice è dispari, il **dominio è di quello che è sotto radice**, quindi pongo il denominatore diverso da zero.	$x^2 - 5x \neq 0$ $x(x-5) \neq 0$ $x \neq 0$ $x - 5 \neq 0$ $x \neq 5$ D = R -$\{0, 5\}$
12) Faccio il **grafico parziale**.	
13) Cerco le eventuali **intersezioni con l'asse delle y**	L'intersezione con l'asse delle y non esiste: il punto Origine è escluso. Lo vedo dal grafico. Non serve calcolarla.

14) Cerco le eventuali **intersezioni con l'asse delle x**	Pongo a sistema $\begin{cases} y = \sqrt[3]{\dfrac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}} \\ y = 0 \end{cases}$ Sostituisco il valore di y nella prima equazione: $\begin{cases} \sqrt[3]{\dfrac{x^2 - 25}{x^2 - 5x}} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ **Per togliere la radice, eleviamo a potenza il primo e il secondo membro**. $\begin{cases} \left(\sqrt[3]{\frac{x^2-25}{x^2-5x}}\right)^3 = (0)^3 \\ y = 0 \end{cases}$ Ottengo: $\begin{cases} \dfrac{x^2 - 25}{x^2 - 5x} = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ Prendo solo l'equazione al numeratore: $\begin{cases} x^2 - 25 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \pm 5 \\ y = 0 \end{cases}$ Quale punto posso accettare? Ho trovato il punto A(-5;0). Non possiamo accettare l'altro punto con coordinata +5 perché non è nel dominio.

Esercizio 5– funzione irrazionale fratta con indice dispari

$$y = \sqrt[3]{\frac{x-10}{5-\ x}}$$

Procedura	Esercizio
1) Che tipo di funzione è?	Funzione algebrica irrazionale di indice dispari
2) Il **dominio** qual è? Quando l'indice è dispari, il **dominio è di quello che è sotto radice,** quindi pongo il denominatore diverso da zero.	$5-\ x \neq 0$ $-x \neq -5$ $x \neq 5$ D = R - $\{5\}$
3) Faccio il **grafico parziale.**	
4) Cerco le eventuali **intersezioni con l'asse delle y**	Pongo a sistema $\begin{cases} y = \sqrt[3]{\frac{x-10}{5-\ x}} \\ x = 0 \end{cases}$ Sostituisco il valore di x nella prima equazione: $\begin{cases} y = \sqrt[3]{\frac{-10}{5}} = -\sqrt[3]{2} \text{ (ho portato il meno fuori dalla radice)} \\ x = 0 \end{cases}$ L'intersezione avviene nel punto A(0; $-\sqrt[3]{2}$)
5) Cerco le eventuali **intersezioni con l'asse delle x**	Pongo a sistema $\begin{cases} y = \sqrt[3]{\frac{x-10}{5-\ x}} \\ y = 0 \end{cases}$ Sostituisco il valore di y nella prima equazione:

	$\sqrt[3]{\frac{x-10}{5-x}}=0$ $y=0$ **Per togliere la radice, eleviamo a potenza il primo e il secondo membro.** $\begin{cases}\left(\sqrt[3]{\frac{x-10}{5-x}}\right)^3=(0)^3\\ y=0\end{cases}$ Ottengo: $\begin{cases}\frac{x-10}{5-x}=0\\ y=0\end{cases}$ Prendo solo l'equazione al numeratore: $\begin{cases}x-10=0\\ y=0\end{cases}$ $\begin{cases}x=10\\ y=0\end{cases}$ Lo posso accettare? Sì. Ho trovato il punto B(10;0).
6) Inserisco il punto nel grafico parziale