LE FUNZIONI

Definizione di funzione

Dati due sottoinsiemi A e B (non vuoti) di R,

A $\qquad\qquad\qquad$ $A \neq 0$

$\quad \subset R$

B $\qquad\qquad\qquad$ $B \neq 0$

una funzione f da A a B è una relazione che associa ad *ogni* numero reale di A *uno e un solo* numero reale di B.

A è l'insieme di partenza.

B è l'insieme di arrivo.

Definizione: la funzione è una legge che associa ad ogni elemento dell'insieme di partenza *uno ed un solo* elemento dell'insieme di arrivo.

Per indicare che f è una funzione dell'insieme A all'insieme B scriviamo:

$f: A \rightarrow B$ $\qquad$ si legge: f funzione di A in B

Definizione di funzione in simboli

Una funzione è data da una espressione matematica, cioè da un insieme di operazioni matematiche che ci permettono di trovare per ogni valore di x il corrispondente valore di y:

$\boldsymbol{y = f(x)}$ $\quad$ o $\quad$ $\boldsymbol{f: A \rightarrow B}$ $\quad$ *o* $\quad$ $\boldsymbol{f: x \rightarrow y}$

f è una funzione da A in B se e solo se $\forall x \in A \ \exists \ \mathrm{I} \ y \in B \ \mathrm{I} \ y = f(x)$

si legge: f è una funzione da A in B se e solo se per ogni x appartenente all'insieme A esiste uno ed un solo y appartenente all'insieme B tale che y è uguale ad f di x.

Le x sono le **variabili indipendenti**.

Le y sono le **variabili dipendenti o immagini dei valori.** La y è anche detta immagine della x (tramite f).

Definizione di DOMINIO

L'insieme dei valori che può assumere la x è detto "dominio" della funzione. Il simbolo è D.

Definizione: Il dominio è l'insieme delle variabili indipendenti x, per i quali esiste il corrispondente valore delle y chiamato "dominio" o "campo di esistenza".

Definizione di CODOMINIO

L'insieme delle y (o immagini) che corrispondono alle x è il "codominio". Il simbolo è C.

Definizione: Il codominio è l'insieme delle variabili dipendenti (o insieme delle immagini).

Codominio = f(A)

Osservazione 1

L'insieme di partenza è il DOMINIO.

Osservazione 2

Non è detto che il codominio coincide con l'insieme di arrivo.

Osservazione 3

Se A e B sono insiemi numerici, allora f è una funzione numerica.

Funzioni matematiche o analitiche

Le funzioni matematiche sono funzioni numeriche per le quali, a partire da un x del dominio, l'immagine f(x) = y si ottiene mediante un numero finito di operazioni matematiche.

$$y = f(x)$$

$$y = x^2 + 3x + 5$$

$$f_1 = (1)^2 + 3.(1) + 5 = 1 + 3 + 5 = 9$$

$$y = 9$$

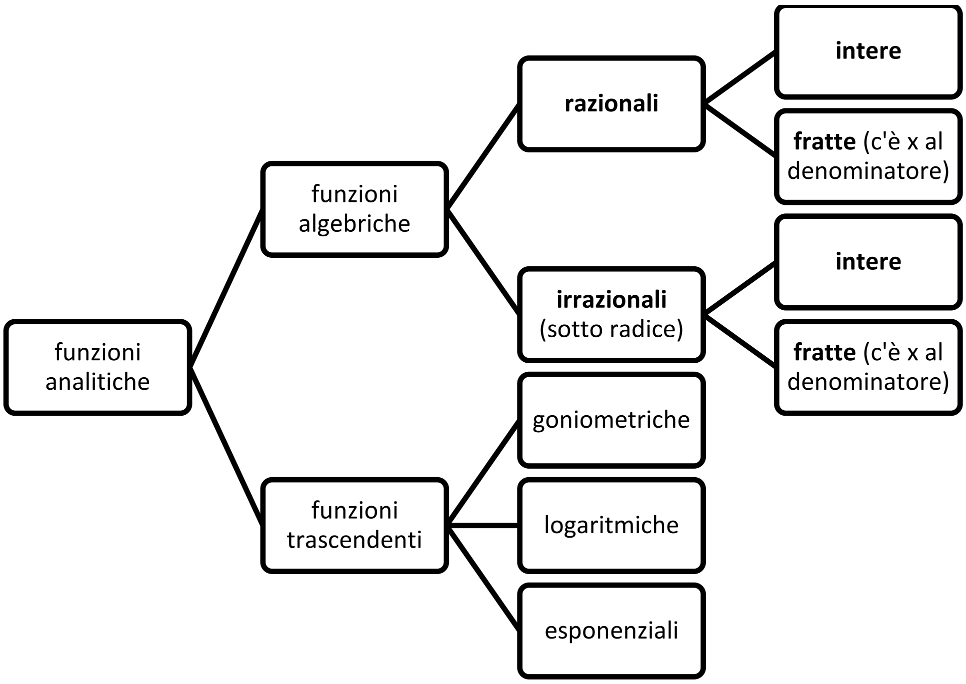
Grafico di una funzione

Data una funzione $y = f(x)$ il grafico è l'insieme di tutti e soli i punti del piano cartesiano aventi per ascissa i valori della variabile indipendente x e per ordinata i valori corrispondenti della variabile indipendente y.

L'espressione analitica che descrive una funzione può avere 2 forme:

1) forma esplicita: $y = f(x)$ $\quad esempio: y = 2\,x^2 - 1$
2) forma implicita: $F(x; y) = 0$ $\quad esempio: 2\,x^2 - y - 1 = 0$

Classificazione delle funzioni analitiche



Classificazione delle funzioni

Nome	Definizione	Dominio o campo di esistenza
Funzione algebrica	L'espressione $y = f(x)$ contiene solo operazioni di addizione, sottrazione, moltiplicazione, divisione, elevamenti a potenza o estrazione di radice.	
Funzione razionale intera	$f(x)$ è un polinomio $y = f(x)$ Es. $y = 2x^3 - 4x + 5$ È intera perché non ha la x al denominatore.	D = R (l'insieme dei numeri reali, cioè qualsiasi valore numerico dò alla x, esiste un corrispondente valore della y)
Funzione razionale fratta	$f(x)$ è il rapporto di due polinomi $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ Es. $y = \frac{x^2+3}{x+5}$	Con x al denominatore: 1) pongo il denominatore ≠0 $x + 5 \neq 0 \rightarrow x \neq 5$

	Per essere fratta, al denominatore, ci deve essere la x. Le funzioni algebriche razionali fratte non esistono se il denominatore è uguale a zero (perché la divisione per 0 non si può fare).	2) risolvo l'equazione al numeratore 3) scrivo il dominio: D = R $-\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ Nel nostro esempio: D = R $-\{5\}$ (cioè l'insieme dei numeri reali, escluso il numero 5)
Funzione irrazionale intera	Espressione contenente una **radice** con identico polinomio intero $y = \sqrt[n]{f(x)}$ $y = \sqrt{x^2 + 5x + 6}$	D: radicando ≥ 0 Il radicando è ciò che sta sotto radice. NB: Non esiste la radice quadrata di un numero negativo, cioè <0
Funzione irrazionale fratta	Espressione contenente radice con polinomio … fratto $y = \sqrt{\frac{A(x)}{B(x)}}$ $y = \sqrt{\frac{x+3}{x+2}}$	
Funzione trascendente	Espressione contenente un logaritmo, una funzione esponenziale, una funzione goniometrica	
Funzione definita a tratti	È definita da espressioni analitiche diverse. Es. $y = \begin{cases} x^2 - 5x \text{ per } x \geq 3 \\ -x^2 + 2 \text{ per } x < 3 \end{cases}$	