Le disequazioni di secondo grado

ESERCIZIO TIPO CON PROCEDURA GUIDATA.

Risolvi le seguenti disequazioni di secondo grado: ci sono 2 esercizi tipo, uno con a positivo e l'altro con a negativo.

con a positivo	Con a negativo
$x^2-3x-4 > 0$	$-x^2+x \geq 0$ **Cambio tutto di segno per rendere x^2 positivo:** $x^2-x \leq 0$

1. Riduco a forma normale (se l'equazione non lo è).

$a\,x^2+bx+c > 0$

$a\,x^2+bx+c < 0$

$a\,x^2+bx+c \geq 0$ cioè > 0 ; $= 0$

$a\,x^2+bx+c \leq 0$ cioè < 0 ; $= 0$

NB: i nostri 2 esercizi sono già ridotti a forma normale.

2. Trovo l'equazione di secondo grado associata, cioè riscrivo il polinomio così com'è e lo pongo uguale a zero.

con a positivo	Con a negativo
$x^2-3x-4 = 0$	$x^2-x = 0$

3. Scrivo i coefficienti: a, b, c

con a positivo	Con a negativo
a = 1 b= -3 c= 4	a = 1 b= -1 c= 0

4. Risolvo l'equazione di secondo grado ottenuta in base al tipo di equazione che

$ax^2 + bx + c = 0$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$
Se ho questa forma, l'equazione si dice **completa**.	Se ho questa forma l'equazione si dice **pura** perché **b = 0** (cioè manca il termine di primo grado). a e c devono essere diversi da 0.	Se ho questa forma l'equazione si dice **spuria** perché **c= 0** (cioè manca il termine noto). a e b devono essere diversi da 0
Calcolo il discriminante **Δ delta** $\Delta = b^2 - 4ac$[1]		
Se **Δ< 0** non esistono soluzioni. L'equazione è impossibile[2]. L'esercizio è finito. Scrivo "**nessuna soluzione**". Se **Δ= 0** ci sono **2 soluzioni reali e coincidenti**. Applico la formula: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ Se **Δ> 0** ci sono 2 soluzioni distinte. Applico la formula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Otterrò 2 soluzioni distinte: $x_1 =$ $x_2 =$	1) Ricavo x^2 portando al 2° membro a e c. 2) Applico la definizione di radicale algebrico: $x^2 = -\frac{c}{a} \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$	1) Scompongo il polinomio al primo membro raccogliendo a fattor comune la x prima dell'uguale: $ax^2 + bx = 0$ diventa: $x\,(ax + b) = 0$ 2) applico la legge di annullamento del prodotto che dice che: un prodotto è zero se e solo se uno dei suoi fattori è zero, quindi: $x = 0$ $ax + b = 0$ $ax = -b$ $x = -b/a$ Le soluzioni sono: $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{-b}{a}$

[1] Il delta è un pezzo sotto radice di equazione che troviamo nella formula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

[2] L'equazione è impossibile perché ottengo un radicando negativo (cioè un numero negativo sotto radice).

con a positivo	Con a negativo
$\Delta = b^2 - 4ac$ $\Delta = (-3)^2 - 4.(1).(-4)$ $\Delta = 9 + 16 = 25$ Δ è positivo, quindi avrò 2 soluzioni da trovare.	$x^2 - x = 0$ è un'equazione spuria che diventa $x\,(ax + b) = 0$ avrò 2 soluzioni da trovare.

5. Applico la formula per trovare le soluzioni.

con a positivo	Con a negativo
La formula per le 2 soluzioni da trovare sono: $$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$ $$x1{,}2 = \frac{+3 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{+3 \pm 5}{2} =$$ X1 = $\frac{+3+5}{2} = \frac{8}{2} = 4$ X2 = $\frac{+3-5}{2} = \frac{-2}{2} = -1$	La formula è: $x\,(ax + b) = 0)$ Le soluzioni sono: $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{-b}{a}$ Sostituisco con i valori di a e b: $x(x-1) = 0$ Le soluzioni sono: x1 = 0 x2= 1

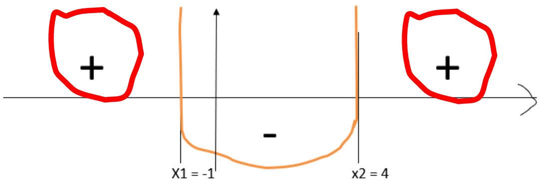
6. Scrivo il significato geometrico delle soluzioni, cioè rappresento l'intersezione della parabola con l'asse delle x. **Siccome a è positivo, la concavità della parabola è verso l'alto.**

con a positivo	Con a negativo però ho invertito tutto di segno all'inizio
Concavità verso l'alto (parabola "che sorride")	Concavità verso l'alto (parabola "che sorride")

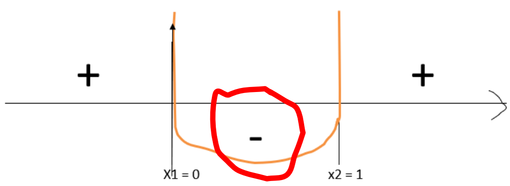
7. rappresento i punti di intersezione con l'asse delle x e dal grafico capisco quali punti sono negativi e quali sono positivi.

Con la parabola rivolta verso l'alto, i punti compresi tra x1 e x2 sono negativi. Pertanto tutti i numeri inferiori a x1 sono positivi e tutti i numeri superiori a x2 sono positivi. Visivamente:

<u>Esercizio 1 (a positivo):</u>



<u>Esercizio 2:</u>



9. scrivo la soluzione

con a positivo	**Con a negativo**
Siccome la **disequazione ha il segno >,** devo trovare **tutte soluzioni positive**, quindi: $x < x1 \vee x > x2$ (si legge x inferiore a x con 1 oppure x superiori a x con 2). Il numero generico che cerco (che deve essere positivo, me lo dice il segno >) è <x1 e > x2. Sostituisco i valori di x1 e x2: $x < -1 \vee x > +4$ (si legge x inferiore a -1 oppure x superiore a +4) NB: se la **disequazione avesse avuto il segno <,** avrei avuto le seguenti soluzioni: $x1<x<x2$	Siccome la **disequazione iniziale ha il segno ≤**, devo trovare **tutte le soluzioni negative** o uguali, quindi: $x1 \leq x \leq 2x$ Il numero generico che cerco (che deve essere negativo o uguale, me lo dice il segno ≤) è compreso tra x con 1 e x con 2. Sostituisco i valori di x1 e x2: $0 \leq x \leq 1$