Come risolvere le equazioni di secondo grado?

Un'equazione di secondo grado assume sempre la forma **$ax^2 + bx + c = 0$**

dove si suppone che a sia diverso da zero: $a \neq 0$.

Spieghiamo la terminologia:

$$\mathbf{ax^2 + bx + c = 0}$$

x è **l'incognita**

a, b, c sono i **coefficienti.** In realtà corrispondono a dei numeri. Per esempio:

nell'equazione $3x^2 + 4x + 5 = 0 \rightarrow\ a = 3,\ b = 4,\ c = 5$

Primo passo: fare i passaggi

Prima di tutto devo **fare i passaggi**, cioè **tolgo le parentesi** per arrivare ad avere la formula:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Esempio: per risolvere l'equazione seguente:

$11\,x + (x-2)^2 + (2x+1)\,(x-3) = (x+1)^2 - 14$

1) Devo prima **togliere tutte le parentesi**:

$11\,x + x^2 + 4 - 4x + 2x^2 - 6x + x - 3 = x^2 + 1 + 2x - 14$

2) **metto tutti i numeri con x al primo membro. Mi ricordo di cambiargli di segno se li sposto.**
3) **metto tutti i numeri senza x al secondo membro. Mi ricordo di cambiargli di segno se li sposto.**

$11\,x + x^2 + 4 - 4x + 2x^2 - 6x + x - 3 = x^2 + 1 + 2x - 14$

4) **li raggruppo** (gli x^2 con gli x^2, gli x con gli x)
$11\ + \cancel{x^2} - 4x + 2x^2 - 6x + x \cancel{- x^2} - 2x = -\ 4 + 3 + 1 - 14$
5) **semplifico/calcolo**

$2\,x^2 + 14 = 0$

In questo caso la somma di 2 quantità positive non può essere uguale a zero.

2° passo:

Comprendere la forma dell'equazione che devo risolvere. Quale forma ha tra queste tre?

$ax^2 + bx + c = 0$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$
Se ho questa forma, l'equazione si dice **completa**.	Se ho questa forma l'equazione si dice **pura** perché **b = 0** (cioè manca il termine di primo grado). a e c devono essere diversi da 0.	Se ho questa forma l'equazione si dice **spuria** perché **c= 0** (cioè manca il termine noto). a e b devono essere diversi da 0

3° passo: abbino i coefficienti ai numeri

Capisco a che numero corrispondono i coefficienti (cioè le lettere a, b, c) e, se serve, me li scrivo.

a = b = c =	a = c =	a = b =

Formulario equazioni di secondo grado

4° passo

$ax^2 + bx + c = 0$	$ax^2 + c = 0$	$ax^2 + bx = 0$
Se ho questa forma, l'equazione si dice **completa**.	Se ho questa forma l'equazione si dice **pura** perché **b = 0** (cioè manca il termine di primo grado). a e c devono essere diversi da 0.	Se ho questa forma l'equazione si dice **spuria** perché **c= 0** (cioè manca il termine noto). a e b devono essere diversi da 0
Calcolo il discriminante Δ **delta**[1] $\Delta = b^2 - 4ac$		
Se $\Delta < 0$ non esistono soluzioni. L'equazione è impossibile[2]. L'esercizio è finito. Scrivo "**nessuna soluzione**". Se $\Delta = 0$ ci sono **2 soluzioni reali e coincidenti**. Applico la formula: $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$ Se $\Delta > 0$ ci sono 2 soluzioni distinte. Applico la formula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Otterrò 2 soluzioni distinte: $x_1 =$ $x_2 =$	1) Ricavo x^2 portando al 2° membro a e c. 2) Applico la definizione di radicale algebrico: $x^2 = -\frac{c}{a} \quad \rightarrow \quad x = \pm\sqrt{-\frac{c}{a}}$	1) Scompongo il polinomio al primo membro raccogliendo a fattor comune la x prima dell'uguale: $ax^2 + bx = 0$ diventa: $x\,(ax + b) = 0$ 2) applico la legge di annullamento del prodotto che dice che: un prodotto è zero se e solo se uno dei suoi fattori è zero, quindi: $x = 0$ $ax + b = 0$ $ax = -b$ $x = -b/a$ Le soluzioni sono: $x_1 = 0$ $x_2 = \frac{-b}{a}$

[1] Il delta è un pezzo sotto radice di equazione che troviamo nella formula: $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

[2] L'equazione è impossibile perché ottengo un radicando negativo (cioè un numero negativo sotto radice).