

Come determinare l'equazione di una parabola conoscendo vertice e fuoco - procedura

L'equazione di una generica parabola è $y = ax^2 + bx + c$

Secondo caso: sono noti vertice e fuoco

Determinare l'equazione della parabola dati vertice $V(0;1)$ e fuoco $F(0; \frac{13}{12})$.

Dovremo:

- 1) Determinare a
- 2) Determinare b
- 3) Determinare c

1. Riprendo le **formule** delle coordinate dei punti del vertice e del fuoco

$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) \text{ dove } \Delta = b^2 - 4ac$$

$$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$$

2. **Sostituisco** le coordinate dei punti del vertice e del fuoco con i numeri dati dall'esercizio

$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right) = (0; 1)$$

$$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right) = \left(0; \frac{13}{12}\right).$$

Quindi posso scrivere questo sistema:

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 0 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 1 \\ \frac{1-\Delta}{4a} = \frac{13}{12} \end{cases}$$

3. **Determino b** (cioè trovo b) risolvendo la prima equazione del sistema

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = 0 \rightarrow b = 0 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 1 \\ \frac{1-\Delta}{4a} = \frac{13}{12} \end{cases}$$

4. **Determino Δ** risolvendo la seconda equazione del sistema

$$\begin{cases} b = 0 \\ -\frac{\Delta}{4a} = 1 = \cancel{4a} \cdot \left(-\frac{\Delta}{\cancel{4a}}\right) = 1 \cdot (4a) \quad (\text{ho moltiplicato tutto per il denominatore}) \rightarrow -\Delta = 4a \rightarrow \Delta = -4a \\ \frac{1-\Delta}{4a} = \frac{13}{12} \end{cases}$$

5. **Determino a** risolvendo la terza equazione del sistema

$$\begin{cases} b = 0 \\ \Delta = -4a \\ \frac{1-\Delta}{4a} = \frac{13}{12} \rightarrow \frac{1-(-4a)}{4a} = \frac{13}{12} \rightarrow \frac{3(1+4a)}{12a} = \frac{13a}{12a} \rightarrow 3+12a = 13a \rightarrow 12a-13a = -3 \rightarrow -a = -3 \rightarrow a = 3 \end{cases}$$

6. **Sostituisco il valore di a nel Δ** per trovare c perché $c = \Delta = b^2 - 4ac$

$$\begin{cases} B = 0 \\ b^2 - 4ac = -4a \rightarrow -4(3)c = -4 \cdot (3) \rightarrow -12c = -12 \rightarrow -12/-12 = +1 \\ A = 3 \end{cases}$$

7. **Scrivo i valori in sintesi:**

In sintesi abbiamo:

$$\begin{cases} b = 0 \\ c = +1 \\ a = 3 \end{cases}$$

8. **Sostituisco il valore di a, b, c nell'equazione:**

Quindi la nostra parabola ha equazione: $y = 3x^2 + 1$